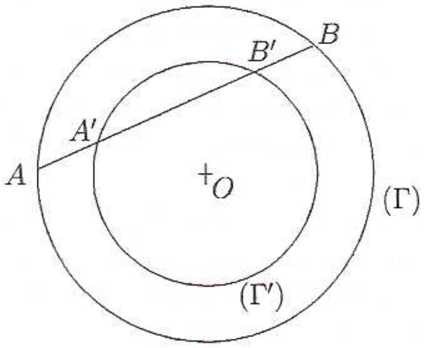
7/7

Thème : Problèmes de constructions
Constructions à l'aide de transformations

1. L'exercice proposé au candidat



Dans cet exercice on considère deux cercles concentriques (Γ) et (Γ'), de rayons respectifs r et r' avec $r > r'$ (figure ci-contre).
Le but de l'exercice est la construction d'une corde $[AB]$ de (Γ), coupant (Γ') en deux points A' et B', telle que :

$$AA' = A'B' = B'B$$

1) a) Justifier que le point A peut être choisi arbitrairement sur (Γ).
   b) Montrer que, pour toute corde $[AB]$ de (Γ) coupant (Γ') en deux points A' et B', on a $AA' = BB'$.
2) On fixe un point A sur (Γ) et on note (Γ_1) l'image de (Γ) par l'homothétie h de centre A et de rapport $\frac{1}{3}$.
   a) Montrer que, si une corde solution du problème existe, alors $A' \in (\Gamma_1) \cap (\Gamma')$.
   b) En déduire le nombre de cordes convenables menées de A (on discutera suivant les valeurs du rapport $\frac{r'}{r}$).

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes utilisées dans cet exercice.

Q.2) Construire la figure de l'énoncé à l'aide du module de géométrie d'une calculatrice et indiquer des utilisations possibles de cette construction avec des élèves.

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera :

Deux exercices sur le thème : « **Problème de construction : Construction à l'aide de transformations** », dont l'un, au moins, utilisera une autre transformation que celle utilisée dans l'exercice proposé.

Dossier N ° 9, 7 juillet
Problèmes de construction

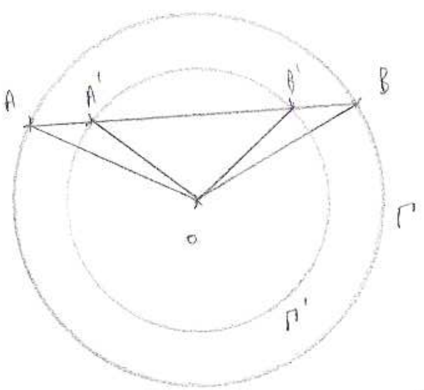
Constructions à l'aide de transformations (extraits de programmes : Seconde, 1e S, Terminale S)

On attendait des candidats qu'ils sachent présenter un raisonnement par analyse et synthèse, tout en mettant en évidence les transformations utilisées.
La synthèse est souvent omise, que ce soit dans la résolution de l'exercice du jury ou dans celle des exercices proposés par le candidat.
La question 1b) de l'exercice du jury est souvent établie à partir d'un long raisonnement sur des triangles isométriques alors que l'utilisation d'une réflexion était beaucoup plus claire et simple.
On regrette la faible utilisation des possibilités d'animation des figures.
Parmi les exercices proposés par les candidats, on rencontre trop souvent une mauvaise interprétation du thème, car ils s'arrêtent au mot transformation sans proposer de réel problème de construction.

7/7/2006

Thème : Problèmes de constructions
Constructions à l'aide de transformations

1) L'exercice proposé au candidat



1-a) C'est évident par les propriétés du cercle.

b) OAB isocèle en $O \Rightarrow OA = OB$ et $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$ (1)

$OA'B'$ isocèle en $O' \Rightarrow OA' = OB'$ et $\widehat{OA'B'} = \widehat{OB'A'}$

$\Leftrightarrow \pi - \widehat{OA'B'} = \pi - \widehat{OB'A'}$

$\Leftrightarrow \widehat{OA'A} = \widehat{OB'B}$ (2)

Comme la somme des angles d'un triangle vaut π,

on a par (1) et (2) que $\widehat{AOA'} = \widehat{BOB'}$

Ainsi les triangles OAA' et OBB' sont isométriques

donc $AA' = BB'$.

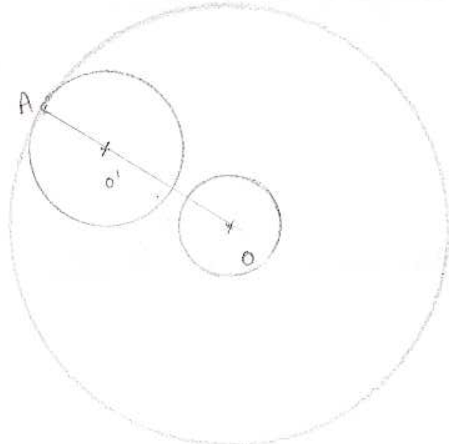
2-a) si une corde solution existe alors :

$\begin{cases} A' \in \Gamma' \\ AA' = A'B' = B'B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A' \in \Gamma' \\ \vec{AB} = \vec{AA'} + \vec{A'B'} + \vec{A'B} = 3\vec{AA'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A' \in \Gamma' \\ h(B) = A' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A' \in \Gamma' \\ A' \in \Gamma_1 \end{cases}$

ie $A' \in (\Gamma_1) \cap (\Gamma')$

b) Dans tous les cas, on suppose $r' < r$. $\Rightarrow \frac{r'}{r} < 1$

3 cas sont possibles :



- si $\frac{2}{3}r + r' < r$

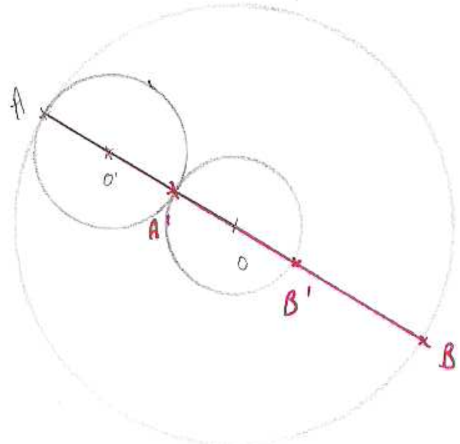
$\Leftrightarrow \frac{r'}{r} < 1/3$

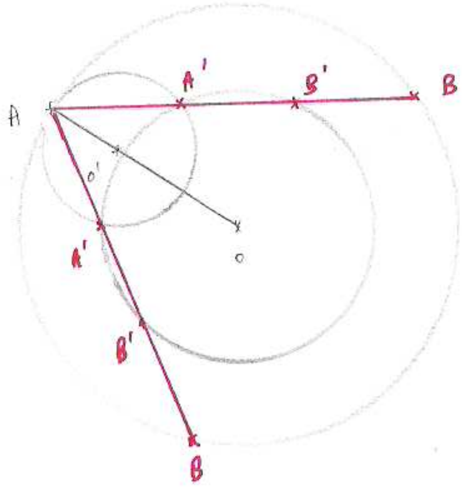
alors il n'y a pas de solution

- si $\frac{2}{3}r + r' = r$

$\Leftrightarrow \frac{r'}{r} = 1/3$

alors il y a une seule solution





- si $\frac{2}{3}r + r' > r$

$\Leftrightarrow \frac{r'}{r} > 1/3$

alors il y a deux solutions

2) Le travail demandé au candidat

Q1) • méthode des lieux

• pour montrer que deux segments ont même longueur, on montre qu'ils sont les côtés "correspondants" de deux triangles isométriques.

• Disjonction de cas.

Q2) cf calculatrice oral21\a070706

on peut faire varier r' et voir alors les cas limites.