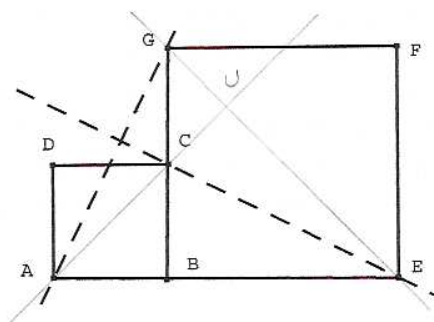


Thème : Problèmes sur les configurations

Étude de configurations à l'aide de différents outils

1. L'exercice proposé au candidat

Dans la figure ci-dessous, le point B est un point du segment $[AE]$ distinct de A et E . $ABCD$ et $BEFG$ sont des carrés. On se propose de démontrer, par différentes méthodes, que les droites (AG) et (EC) sont orthogonales.



1) Outil "configurations"

On note U le point d'intersection de (AC) et (EG) . Justifier que l'angle $\widehat{AUE}$ est droit et conclure (on pourra considérer le triangle AGE).

2) Outil "produit scalaire"

Calculer $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EC}$ et conclure.

3) Outil "analytique"

Après avoir muni le plan d'un repère orthonormal, montrer que les droites (AG) et (EC) sont orthogonales.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury.

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

- Q.1 Mettre en évidence, à l'aide du logiciel de géométrie dynamique de la calculatrice, la propriété indiquée.
- Q.2 Indiquer pour chacun des outils, le niveau où pourrait être donné l'exercice.
- Q.3 Proposer une autre méthode de résolution.
- Q.4 Proposer un ou plusieurs exercices qui permettent de mettre en jeu plusieurs méthodes pour résoudre un même problème de géométrie plane.

DOSSIER n° 17. Problèmes sur les configurations Etude de configurations avec différents outils

Programme : Quatrième, Seconde, Première S, Terminale S.

Ce dossier s'est révélé riche et discriminant.

Les exercices proposés par les candidats se contentaient trop souvent de reprendre des outils choisis parmi les trois mis en évidence dans l'exercice proposé par le jury.

La première question demandait la confection d'une figure animée. Si la réalisation de la figure était à la portée de la plupart, l'animation a été peu réussie.

Sur la question *Q.3*, les méthodes attendues étaient a priori l'usage des transformations (rotation de centre *B*), l'usage de triangles semblables ou l'usage des nombres complexes. Pour la résolution (2), utilisant les produits scalaires, on s'attachait à la capacité du candidat à distinguer calcul vectoriel et calcul sur les coordonnées.

On remarque la méconnaissance de la condition $mm' = -1$ pour les coefficients directeurs de deux droites orthogonales. Plus profondément, certains candidats n'avaient pas compris que la variété des points de vue sur l'exercice reflétait la variété des niveaux auxquels il pouvait être abordé, et que cette dimension du dossier en était un des points essentiels.

Thème: Problèmes sur les configurations

1) L'exercice proposé au candidat

1) Outil "configurations"

On considère le triangle AUE.

(AU) diagonale du carré ABCD $\Rightarrow \widehat{EAU} = 45^\circ$

(EU) diagonale du carré BEFG $\Rightarrow \widehat{UEA} = 45^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AUE} = 180 - \widehat{EAU} - \widehat{UEA} = 90^\circ$$

Ainsi dans le triangle AUE,

(UB) est la hauteur issue de G $\Rightarrow C$ est l'orthocentre de EAG

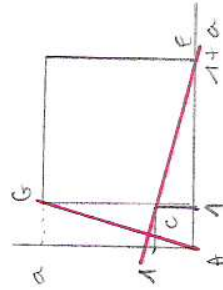
donc (EC) est clairement la hauteur issue de E et

alors $(AG) \perp (EC)$.

2) Outil "produit scalaire"

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EC} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}) \cdot (\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= -\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Remarque: on n'utilise rien
pour ici que $EE[BG]$.
Ainsi, la propriété est vraie
même lorsque $C \notin [BG]$
cf calculatrice.



3) Outil "analytique"

le coefficient de (AG) vaut a .

le coefficient de (EC) vaut $\frac{0-1}{1+a-1} = -\frac{1}{a}$.

$a \times -\frac{1}{a} = -1$, donc $(AG) \perp (EC)$

2) Le travail demandé au candidat

Q1) Tester la propriété "perpendiculaire" $\rightarrow$ cf calculatrice.

Q2) 1) 4ème

2) 1ère S

3) 1ère S

Q3) On considère la rotation r de centre B et d'angle $\pi/2$.

$$r: \begin{cases} E \mapsto G \\ C \mapsto A \end{cases} \Rightarrow r((EC)) = (AG)$$

donc $(EC) \perp (AG)$.