1117

Thème : Suites
Problèmes conduisant à des suites arithmétiques, géométriques ou arithmético-géométriques

1. L'exercice proposé au candidat

Pour un journal, on considère que le nombre de nouveaux abonnés chaque année est de 3000 et que le taux de réabonnement d'une année sur l'autre est de 85%.
On note a_n le nombre d'abonnés de l'année n et on suppose que $a_1 = 60000$.

1) Déterminer une relation entre a_{n+1} et a_n.
2) Tracer dans un repère orthogonal la représentation graphique de la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = 0,85x + 3000$.
3) Utiliser ce tracé pour représenter graphiquement les premiers termes de la suite $(a_n)_{n \geqslant 1}$.
4) Peut-on prévoir l'évolution de cette suite ?
5) On pose, pour tout entier $n \geqslant 1$, $b_n = a_n - 20000$. Étudier la suite $(b_n)_{n \geqslant 1}$ et en déduire le comportement asymptotique de la suite $(a_n)_{n \geqslant 1}$.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

Q.1) Indiquer les classes de Lycée dans lesquelles on peut proposer cet exercice et les notions et outils mis en œuvre dans sa résolution.

Q.2) Illustrer les questions 2. et 3. à l'aide d'une calculatrice.

Q.3) Donner l'énoncé de quelques questions supplémentaires qui mettront en évidence le rôle des paramètres (nombre annuel de nouveaux abonnés, taux de réabonnement) sur le comportement asymptotique de la suite $(a_n)_{n \geqslant 1}$.

Q.4) Proposer un ou plusieurs exercices sur le même thème.

DOSSIER n° 13 Suites Problèmes conduisant à des suites arithmétiques, géométriques, ou arithméticogéométriques

Programmes : Première ES

On retrouve ici les divergences ou les erreurs dans l'interprétation du thème du dossier, qui dans ce cas était relativement précis : certains ont pensé que tout exercice sur les suites était recevable.

La maîtrise des suites géométriques n'est pas au niveau que l'on pourrait attendre, et par exemple on relève même des obscurités sur la CNS de convergence vers zéro. La question *Q.3* a montré sur ce point que nombreux étaient ceux qui manquaient de recul, et avaient du mal à étudier l'influence des paramètres sur le comportement asymptotique de la suite.

L'utilisation de la calculatrice a été assez satisfaisante en général.

La question de la représentation d'un nombre nécessairement entier du problème posé par un nombre réel du modèle choisi n'a pas souvent été abordée. Le dossier proposé aux candidats ne contenait pas de questionnement allant précisément dans cette direction, aussi n'y avait-il pas d'attendu spécifique sur ce domaine lié à la modélisation.

11/7/2005

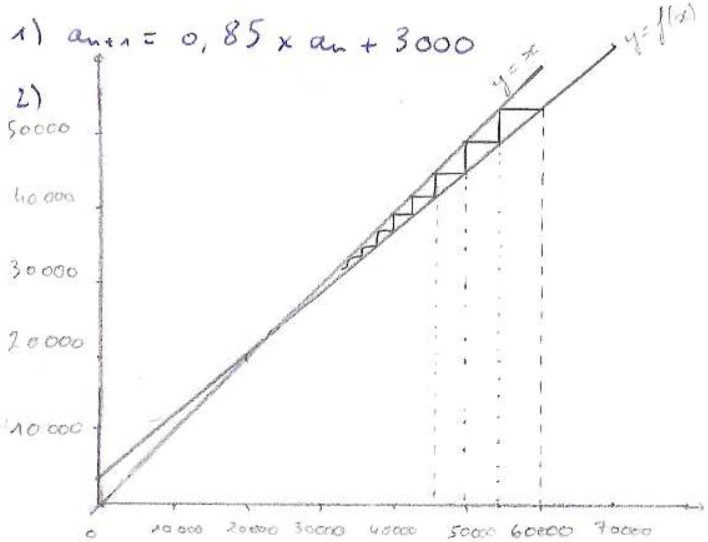
Thème : Suites

Problèmes conduisant à des suites arithmétiques, géométriques ou arithmético-géométriques

1) L'exercice proposé au candidat

1) $a_{n+1} = 0,85 \times a_n + 3000$

2)



3) On trace "l'escalier" et on "approche" les valeurs des premiers termes de la suite :

$a_1 = 60000$

$a_2 = 54000$

$a_3 \simeq 49000$

$a_4 \simeq 45\,000$ etc.

4) f est croissante donc $(a_n)_n$ est monotone. $f(a_1) - a_1 < 0$ elle est donc décroissante et va converger vers la solution de l'équation $f(x) = x \iff x = 20\,000$.

5) $b_{n+1} = a_{n+1} - 20\,000$

$= 0,85\, a_n + 3000 - 20000$

$= 0,85\,(a_n - 20\,000)$

$= 0,85\, b_n$

par une récurrence simple on obtient :

$b_{n+1} = (0,85)^n \times b_1$

$= (0,85)^n \times 40000$

d'où $b_n \xrightarrow[n \to +\infty]{} 0$

et de l'égalité $b_n = a_n - 20000$, on tire $\lim\limits_{n \to +\infty} a_n = 20000$

2) Le travail demandé au candidat

Q1) On peut proposer cet exercice à partir de la classe de première ES.

→ suites définies par récurrence

→ suites géométriques

→ si $|q| < 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (q^n) = 0$

Remarque : la réponse faite en 4) n'est pas du niveau 1ère ES

Q2) Cf calculatrice

Q3) • si le taux de réabonnement vaut 100 %, on voit graphiquement que la suite va diverger vers $+\infty$

• si le nombre annuel de nouveaux abonnés est nul, la suite convergera vers 0.

• si $a_1 \in [0 ; 20000]$, la suite sera croissante et convergera vers 0